ERHVERVSØKONOMI/MATEMATIK-STUDIET

Besvarelse - Statistik 2. år - 14. juni 2000

Opgave 1

1) Tætheden for $U = 10X$ er

$$p(u) = \begin{cases} \frac{1}{10} & 0 \leq u \leq 10 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

så da U og Y er uafhængige er

$$p(u,y) = \frac{1}{10} \quad 0 \leq u \leq 10 \quad , \quad 0 \leq y \leq 1 \quad \text{og} \quad p(u,y) = 0 \quad \text{ellers}$$

2)

$$P(Y > \frac{1}{2}) = \int_{\frac{1}{2}}^{1} dy = \frac{1}{2}$$

$$P(U \leq 5, Y > \frac{1}{2}) = \int_0^5 \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{10} dy du = \int_0^5 \frac{1}{10 \cdot 2} du = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

så $P(U \leq 5 | Y > \frac{1}{2}) = \frac{1}{4} / \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

3)

$$\begin{aligned} V &= U + Y \\ EV &= EU + EY = 5 + \frac{1}{2} = 5.5. \end{aligned}$$

$$VarV = VarU + VarY \quad \text{da U og Y er uafhængige}$$

$$\begin{aligned} EY^2 &= \int_0^1 y^2 dy = \frac{1}{3} \quad \text{så } VarY = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \\ EU^2 &= \int_0^{10} u^2 du = \frac{100}{3} \quad \text{så } VarU = \frac{100}{3} - 25 = \frac{25}{3} \end{aligned}$$

så $Var(V) = \frac{100}{12} + \frac{1}{12} = \frac{101}{12}$.

4) $Cov(X, V) = Cov(X, 10X + Y) = Cov(X, 10X) + Cov(X, Y)$
$= 10VarX = \frac{10}{12}$.