

Handelshøjskolen i København

ERHVERVSØKONOMI/MATEMATIK-STUDIET

Eksamen i Statistik 2. år

Skriftlig prøve (4 timer)

14. juni 2000 kl. 0900-1300

4 sider incl. forside

Alle hjælpemidler er tilladt

Vægtfordeling: De fire opgaves vægtes ens.

Opgave 1

Lad X og Y være uafhængige stokastiske variable, begge ligefordelte på enhedsintervallet $[0, 1]$.

Sæt $U = 10X$ og $V = U + Y$.

- 1) Opskriv den simultane sandsynlighedstæthed for (U, Y) .
- 2) Find $P(U \leq 5 \mid Y > \frac{1}{2})$.
- 3) Find $E(V)$ og $Var(V)$.
- 4) Find kovariansen mellem X og V , $Cov(X, V)$.

Opgave 2

Lad X_1 og X_2 være stokastiske variable med simultan sandsynlighedstæthed

$$p(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{3}{4}(x_1^2 + x_2^2) + \frac{1}{2} & \text{for } 0 < x_1 < 1, \quad 0 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

- 1) Find $P(X_2 > \frac{1}{2})$.
- 2) Find den marginale sandsynlighedstæthed for X_1 .

Sæt $Y_1 = X_1^2$ og $Y_2 = X_2^2$.

- 3) Find sandsynlighedstæthederne for Y_1 henholdsvis Y_2 .
- 4) Find $E(Y_1 \cdot Y_2)$.

Opgave 3

I krydset Smallegade/Gl. Kongevej - Falkoner Alle/Allegade på Frederiksberg blev antallet af passerende biler og antallet af disse, som kørte over for rødt registreret i ugen 28/11-4/12 1994. Resultatet for dagene mandag til lørdag blev

	biler i alt	heraf over for rødt
mandag	1339	41
tirsdag	1288	26
onsdag	1273	39
torsdag	1253	36
fredag	1315	37
lørdag	1205	35
I alt på hverdage	7673	214

- 1) Gør rede for at disse observationer ikke tyder på, at der er forskel på sandsynlighederne for at køre over for rødt for disse 6 dage.
- 2) Estimer (med angivelse af usikkerhed) sandsynligheden for at en bil, som passerer dette kryds, kører over for rødt på en af disse dage.
- 3) Om søndagen passerede 986 biler, hvoraf kun 5 kørte over for rødt. Betyder det, at sandsynligheden for at køre over for rødt er mindre om søndagen?

Opgave 4

For at få et indtryk af sin bils forbrug af dieselolie, foretog en bilejer en række observationer. Ved hver optankning blev triptælleren aflæst og derefter nulstillet. Samtidig noteredes hvor meget dieselolie der blev påfyldt (idet tanken blev fyldt helt op). Det gav anledning til følgende 11 par af samhørende observationer:

km kørt	liter dieselolie påfyldt
561	50
361	31
608	53
535	45
493	44
610	53
621	51
688	51
613	49
550	48
413	34

Vi betragter i det følgende en simpel regressionsmodel med "km kørt" som responsvariabel og "liter dieselolie påfyldt" som forklarende variabel.

- 1) Præciser modellen, og kontroller den ved hjælp af en tegning.
- 2) Estimer modellens parametre (kun for hældningen kræves angivelse af usikkerheden).

Hjælpestørrelser til brug ved udregningerne:

$$S_x = 50 + \dots + 34 = 509$$

$$SS_x = 50^2 + \dots + 34^2 = 24103$$

$$S_y = 561 + \dots + 413 = 6053$$

$$SS_y = 561^2 + \dots + 413^2 = 3423903$$

$$SP_{xy} = 50 \times 561 + \dots + 34 \times 413 = 286800$$

- 3) En naturlig hypotese går ud på at regressionslinien har afskæring 0, svarende til at antal km kørt er proportional med forbruget af dieselolie. Gør rede for at denne hypotese kan accepteres.
- 4) Hvad bliver, i den således reducerede model, estimatet for hældningen?

Angiv 95 procent sikkerhedsgrænser for denne hældning, og forklar deres betydning.