ERHVERVSØKONOMI/MATEMATIK-STUDIET

Besvarelse reeksamen - Statistik 2. år - 4. august 2000

Opgave 3

1) Lad y_{ri} betegne den i'te observation ($i = 1, \ldots, 6$) for radio r ($r = 1, \ldots, 4$). Forudsætningerne for den ensidede variansanalysemodel er så, at disse 24 tal er observationer af stokastiske variable Y_{ri} som er uafhængige, normalfordelte med samme varians σ^2 og middelværdien $EY_{ri} = \mu_r$.

2) Vi får brug for størrelserne

$$\begin{aligned}
SSD_y &= 585.14 - \frac{117.6^2}{24} = 8.90 \\
SSD_{res}^A &= 156.46 - \frac{30.6^2}{6} = 0.40 \\
SSD_{res}^B &= 111.34 - \frac{25.8^2}{6} = 0.40 \\
SSD_{res}^C &= 189.52 - \frac{33.6^2}{6} = 1.36 \\
SSD_{res}^D &= 127.82 - \frac{27.6^2}{6} = 0.86 \\
SSD_{res} &= SSD_{res}^A + \ldots + SSD_{res}^D = 3.02
\end{aligned}$$

Bartletts korrigerede teststørrelse bliver

$$b = \frac{20 log\frac{3.02}{20} - 5\left(log\frac{0.40}{5} + \ldots + log\frac{0.86}{5}\right)}{1 + \frac{1}{3\cdot 3}\cdot\left(4\cdot\frac{1}{5} - \frac{1}{20}\right)} = 2.5466$$

Denne størrelse skal vurderes i en χ^2-fordeling med $4 - 1 = 3$ frihedsgrader, hvor den helt klart er insignifikant. Vi får altså godkendt hypotesen om varianshomogenitet.

3) Test for $\mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$:

$$F(3,20) = \frac{(8.90-3.02)/3}{3.02/20} = 12.98$$

Da 99.9%-fraktilen i F-fordelingen med (3,20) frihedsgrader er 8.10, får vi her en meget markant ($P \leq 0.1\%$) afvisning af homogenitetshypotesen. De fire radiotyper har altså ikke samme strømforbrug.

4. T-test for $\mu_B = \mu_D$ (parvis sammenligning):
   Estimaterne for de fire middelværdiparametre er

$$\begin{aligned}
\hat{\mu}_A &= 30.6/6 = 5.10 \\
\hat{\mu}_B &= 25.8/6 = 4.30 \\
\hat{\mu}_C &= 33.6/6 = 5.60 \\
\hat{\mu}_D &= 27.6/6 = 4.60
\end{aligned}$$

Vi får

$$t_{20} = \frac{4.60-4.30}{\sqrt{(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})\frac{3.02}{20}}} = 1.3373$$

\- som er mindre en 1.725 = 95% fraktilen i t-fordelingen med 20 frihedsgrader. Hypotesen $\mu_B = \mu_D$ kan altså godkendes ($P \geq 0.1$). Konklusion: Undersøgelsen tyder ikke på, at der er forskel på typerne B og D. (Bogstaveligt svar på spørgsmål 4: Nej!)