

Eksamen juni 2001, Opgave 1

(a)

Det er klart at $p(x) \geq 0$, og summen af p 's værdier er

$$\sum_{x=1}^{10} \frac{x}{55} = \frac{1+2+\cdots+10}{55} = \frac{55}{55} = 1.$$

(b)

$$EX = \sum_{x=1}^{10} \frac{x}{55} \times x = \frac{1^2+2^2+\cdots+10^2}{55} = \frac{385}{55} = 7.$$

$$E(1/X) = \sum_{x=1}^{10} \frac{x}{55} \times \frac{1}{x} = \frac{1+1+\cdots+1}{55} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11} (= 0.1818).$$

(c)

Da resultatet ikke ændres når X_1 og X_2 byttes om, har vi

$$\text{cov}(X_1 - X_2, X_1 + X_2) = \text{cov}(X_2 - X_1, X_2 + X_1) = -\text{cov}(X_1 - X_2, X_1 + X_2),$$

hvoraf følger at $\text{cov}(X_1 - X_2, X_1 + X_2) = 0$.

Hvis man ikke lige kommer på denne tanke, men bare regner løs, får man (lidt besværligere) ved hjælp af simple regneregler

$$\begin{aligned} & \text{cov}(X_1 - X_2, X_1 + X_2) \\ &= \text{cov}(X_1, X_1) + \text{cov}(X_1, X_2) - \text{cov}(X_2, X_1) - \text{cov}(X_2, X_2) \\ &= \text{var}(X_1) + 0 - 0 - \text{var}(X_2) = 0. \end{aligned}$$