

Eksamen i Statistik 2. år

Skriftlig prøve (4 timer)

11. juni 2003 kl. 9.00–13.00

Eksamenssættet er på 3 sider.

Alle skriftlige hjælpemidler samt lommeregner er tilladt.

Vægtfordeling: Opgaverne vægtes ens.

Opgave 1

I denne opgave betegner X en stokastisk variabel på udfaldsrummet $E = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ med sandsynlighedsfunktion

$$p(x) = \begin{cases} 0.1 & \text{for } x = -2 \\ 0.3 & \text{for } x = -1 \\ 0.2 & \text{for } x = 0 \\ 0.3 & \text{for } x = 1 \\ 0.1 & \text{for } x = 2 \end{cases}$$

- (a) Udregn $E(X)$, $\text{var}(X)$ og $E(X^4)$.
- (b) Beskriv fordelingen af X^2 .
- (c) Beskriv den betingede fordeling af X , givet $X^2 \leq 1$.

Opgave 2

- (a) Gør rede for at funktionen

$$F(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}, \quad x \in \mathbf{R}$$

er fordelingsfunktion for en kontinuert fordeling på $\mathbf{R}$, og opskriv tætheden for denne fordeling.

I det følgende betegner X en stokastisk variabel med denne fordeling.

- (b) Gør rede for, at $E(X) = 0$, og udregn $P(2 + 5X > 0)$.
- (c) Opskriv tæthed og fordelingsfunktion for $Y = |X|$.

Opgave 3

I en større Engelsk markedsundersøgelse blev en lang række indkøb registreret for forbrugere, der i forvejen var overvåget på forskellig vis, blandt andet angående de radio- og fjernsynsreklamer de hørte eller så dag for dag. Et lille hjørne af denne undersøgelse førte til følgende datasæt:

For i alt 11246 indkøb inden for varekategorien “chokoladestang” har man registreret to ting, nemlig

MARS, som er en indikator for om det drejede sig om køb af mærket MARS, og

EXPO, som er eksponeringen for MARS reklamer de to dage umiddelbart før købet, her reduceret til en faktor på tre niveauer ved

$$\text{EXPO} = \begin{cases} 0 & \text{hvis ingen MARS reklamer hørt/set,} \\ 1 & \text{hvis én MARS reklame hørt/set,} \\ 2 & \text{hvis to eller flere MARS reklamer hørt/set.} \end{cases}$$

Fordelingen af de 11246 køb efter disse to faktorer fremgår af følgende tabel:

MARS EXPO	Ja	Nej
0	2165	4848
1	809	1609
2	608	1207

Vi betragter modellen hvor rækkesummerne i denne tabel er faste, således at antal MARS-køb i de tre EXPO-grupper opfattes som observationer af uafhængige, binomialfordelte stokastiske variable med (i første omgang) hver sin sandsynlighedsparameter.

(a) Estimer, med angivelse af 95% sikkerhedsgrænser, modellens tre sandsynlighedsparametre.

(b) Udfør et test for om de tre sandsynlighedsparametre er ens.

(c) Beskriv, på baggrund af svarene på de to foregående spørgsmål, hvordan kundernes tilbøjelighed til at købe MARS ser ud til at afhænge af deres eksponering for MARS reklamer. Udfør specielt et test for, om der er blandt de kunder som har set/hørt mindst én MARS reklame, er forskel på dem som kun har set/hørt én, og dem der har set/hørt mindst to.

Opgave 4

En virksomhed producerer en bestemt type af ventiler. Ved produktionen tilstræbes, at et bestemt rør i ventilerne skal have en indre diameter på 6.37 cm.

For at undersøge i hvor høj grad denne standard overholdes har man ladet tre forskellige operatører fremstille et antal (henholdsvis 5, 8 og 7) sådanne rør. Nedenstående tabel viser resultatet af dette forsøg, i form af de indre diametre af de producerede rør angivet i hundrededele centimeter. I tabellens to sidste linier er angivet regnestørrelser (sum og kvadratsum af tallene i hver søjle) til brug for udregningerne i det følgende.

Operatør	1	2	3
	633	626	644
	626	636	638
	631	623	658
	629	627	654
	640	619	656
		650	634
		619	658
		622	
S	3159	5022	4542
SS	1995967	3153336	2947716

(a) Præciser forudsætningerne for en ensidet variansanalysemodel til undersøgelse af dette datamateriale, og kontroller modellens forudsætning om varianshomogenitet ved hjælp af Bartlett's test.

(b) Foretag testet for homogenitet.

(c) Estimer, med angivelse af 95% konfidensgrænser, de tre middelværdier i den ensidede variansanalysemodel. Hvilke anbefalinger kan man, på dette grundlag, give til den enkelte operatør angående en eventuel justering af produktionsprocessen med henblik på at overholde standarden på 6.37 cm?