Eksamen juni 2003, Opgave 3

(a)

Som estimater for "sandsynligheden for at købe MARS" inden for hver af de tre eksponeringsgrupper får vi

$\hat{p}_0 = \frac{2165}{7013} = 0.3087$

$\hat{p}_1 = \frac{809}{2418} = 0.3346$

$\hat{p}_2 = \frac{608}{1815} = 0.3350$

Den estimerede standardafvigelse for $\hat{p}_0$ er

$$\sqrt{\frac{0.3087 \times (1 - 0.3087)}{7013}} = 0.005516$$

svarende til en usikkerhed på $\pm 1.96 \times 0.005516$ eller ± 0.010812. Som estimat med usikkerhedsangivelse for p_0 får vi således

$p_0 = 0.3087 \pm 0.0108$, 95% sikkerhedsinterval [0.2979,0.3195].

For de to andre sandsynlighedsparametre fås tilsvarende

$p_1 = 0.3346 \pm 0.0188$, 95% sikkerhedsinterval [0.3158,0.3534]

$p_2 = 0.3350 \pm 0.0217$, 95% sikkerhedsinterval [0.3133,0.3567]

(her er det nok at angive enten estimater med ±usikkerhed, eller selve sikkerhedsintervallerne).

(b)

Kvotienttestet for om de tre sandsynlighedsparametre er ens er blot det sædvanlige test for uafhængighed i en tosidet antalstabel. Vi får

$$-2\log q = 2 \times (2165 \log 2165 + \cdots + 1207 \log 1207$$
$$-7013 \log 7013 - \cdots - 7664 \log 7664 + 11246 \log 11246) = 8.2183.$$

(Pearsons teststørrelse bliver 8.2459).

Denne størrelse skal vurderes i en χ^2–fordeling med $(3-1)(2-1) = 2$ frihedsgrader, hvor den er signifikant med en P–værdi under 0.05 (95% fraktilen er 5.991, 99% fraktilen er 9.210). Der er således en signifikant (omend ikke ekstremt signifikant) sammenhæng mellem tendensen til at købe MARS og eksponeringen for MARS–reklamer.

(c)

Som man ser af parameterestimaterne går denne tendens den vej man umiddelbart skulle vente, idet sikkerhedsintervallet for p_0 ligger til venstre for og kun overlapper en smule med de to andre. De to andre er til gengæld næsten sammenfaldende, hvilket tyder på at det ikke gør nogen forskel *hvor mange* MARS–reklamer man har været udsat for, når bare man har været udsat for mindst én. Et formelt test for den sidste hypotese får vi ved at teste for uafhængighed i 2×2–tabellen bestående af de to sidste rækker. Vi får (helt analogt til ovenstående, formlen gengives derfor ikke) teststørrelsen

$$-2 \log q = 0.0008$$

(Pearsons teststørrelse bliver også 0.0008)

som skal vurderes i en χ^2–fordeling med 1 frihedsgrad, hvor den helt klart er insignifikant. Der er altså ikke noget der tyder på en forskel mellem "1 reklame" og "mindst 2 reklamer".