Eksamen juni 2003, Opgave 4

(a)

Den ensidede variansanalysemodel for dette datasæt går ud på at de 20 observerede diametre fortolkes som værdier af uafhængige normalfordelte stokastiske variable med samme varians σ^2 og middelværdi μ_1, μ_2 eller μ_3 afhængigt af hvilken operatør der har fremstillet røret.

Til udførelse af Bartletts test får vi brug for

$\mathrm{SSD}_1 = 1995967 - 3159^2/5 = 110.8000$
$\mathrm{SSD}_2 = 3153336 - 5022^2/8 = 775.5000$
$\mathrm{SSD}_3 = 2947716 - 4542^2/7 = 606.8571$
$\mathrm{SSD}_{\mathrm{res}} = 110.8000 + 775.5000 + 606.8571 = 1493.1571.$

Bartletts korrigerede teststørrelse bliver

$$\frac{17\log\left(\frac{1493.1571}{17}\right) - 4\log\left(\frac{110.8000}{4}\right) - 7\log\left(\frac{775.5000}{7}\right) - 6\log\left(\frac{606.8571}{6}\right)}{1 + \frac{1}{3\times 2}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6} - \frac{1}{17}\right)}$$

$= 1.9791$. Denne størrelse skal vurderes i en χ^2–fordeling med 2 frihedsgrader, hvor den er klart insignifikant (95%–fraktilen er 5.991). Vi godkender altså hypotesen om varianshomogenitet.

(b)

Til testet for homogenitet får vi yderligere brug for

$\mathrm{SSD}_y = 1995967 + 3153336 + 2947716 - (3159 + 5022 + 4542)^2/20 = 3282.55$.

F–teststørrelsen for homogenitet bliver så

$$f = \frac{(3282.55 - 1493.16)/(3-1)}{1493.16/17} = 10.19.$$

Denne teststørrelse skal vurderes i F–fordelingen med (2,17) frihedsgrader, hvor den fører til en P–værdi som er mindre end 0.01 og ret tæt på 0.001 (99%–fraktilen er ca. 6.11, 99.9%–fraktilen er ca. 10.7). Så vi må afvise hypotesen om homogenitet. Der er altså forskel på de tre operatører.

(c)

Estimaterne for de tre middelværdier er (idet vi fortsat regner i enheden $\frac{1}{100}$ cm)

$\bar{y}_1 = 631.80$
$\bar{y}_2 = 627.75$
$\bar{y}_3 = 648.86$

95% sikkerhedsgrænser kan beregnes efter formlen

$$\mu_g = \bar{y}_g \pm 2.11\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n_g}}$$

hvor 2.11 er fundet ved tabelopslag som 97.5-fraktilen i T–fordelingen med 17 frihedsgrader, og $\hat{\sigma}^2 = 1493.1571/17 = 87.8327$. Vi får

$\mu_1 = 631.80 \pm 8.84$, sikkerhedsinterval [622.96,640.64]
$\mu_2 = 627.75 \pm 6.99$, sikkerhedsinterval [620.76,634.74]
$\mu_3 = 648.86 \pm 7.47$, sikkerhedsinterval [641.39,656.33]

Vi ser at intervallerne for operatør 1 og 2 er omtrent sammenfaldende, medens intervallet for operatør nr. 3 ligger klart længere mod højre (endda disjunkt med de to første). Det er tydeligt, at forskellen mellem operatørerne kan beskrive ved at operatør 3 opnår større diametre end de to andre. Når det gælder overholdelsen af standarden på 637/100 cm må anbefalingen være, at operatør 2 skal prøve at forøge sine diametre med ca. 1 mm medens operatør nr. 3 skal prøve at formindske sine diametre med ca. 1 mm. For operatør 1 er det måske bedst at lade være med at komme med anbefalinger, da 637 ligger i konfidensintervallet, dvs. hypotesen $\mu_1 = 637$ kan i princippet godkendes.