

Eksamen juni 2006, Opgave 3

(a)

Kvotienttest for multiplikativitet: Teststørrelsen

$$\begin{aligned} -2 \log Q &= 2(56 \log 56 + \cdots + 59 \log 59 \\ &\quad - 188 \log 188 - \cdots - 148 \log 148 \\ &\quad + 310 \log 310) = 0.5474 \end{aligned}$$

skal vurderes i en χ^2 -fordeling med 2 frihedsgrader, hvor den er klart insignifikant. Pearsons teststørrelse (som lige så godt kan bruges) bliver 0.5456 (samme konklusion).

Vi kan altså godkende, at der er multiplikativitet, dvs. at parametrene $\lambda_{rk} = EX_{rk}$ kan skrives på formen

$$\lambda_{rk} = \alpha_r \beta_k .$$

Det indebærer for eksempel, at forholdet mellem de forventede antal af drenge og piger, der kommer til skade på cykel, er det samme i de tre regioner. Reelt betyder dette — da man må gå ud fra at kønsproportionen varierer meget lidt fra region til region — at den overrisiko i forbindelse med tilskadekomst på cykel, som der synes at være for drengenes vedkommende, kan antages at være den samme i de tre regioner.

(b)

Godkendelsen af multiplikativitetshypotesen betyder netop, at vi ved vurderingen af forskellen mellem køn kan nøjes med at se på søjlesummerne (altså at regne for hele landet samlet, i stedet for at se på hver region for sig). Testet for hypotesen om at drenge og piger har samme risiko for tilskadekomst kan udføres som et test for $p = 0.5$ i en binomialfordeling med antalsparameter 310, hvor 188 “succeser” er observeret. Vi får

$$-2 \log Q = 2 \left(188 \log \frac{188/310}{0.5} + 122 \log \frac{122/310}{0.5} \right) = 14.1597$$

som skal vurderes i en χ^2 -fordeling med 1 frihedsgrad, hvor den er større end 99.95%-fraktilen. Hypotesen må altså forkastes, og tendensen går åbenbart i retning af at der er flest drenge som kommer til skade. Pearsons teststørrelse

$$\frac{(188 - 310 \times 0.5)^2}{310 \times 0.5 \times 0.5} = 14.0516 .$$

fører til samme konklusion.

(c)

Da α_3 er sat lig med 0 svarer de to P-værdier 0.439974 og 0.166901 til parvise sammenligninger af henholdsvis Hovedstadsområdet med Jylland og resten af øerne med Jylland. Da disse tests er langt fra at udvise signifikans, må man gå ud fra at forskellen mellem hovedstadsområdet og resten af øerne heller ikke er stor (selv om denne differens er den største af de tre, da de to andre “går hver sin vej”). Så konklusionen er, at der ikke er forskel mellem regionerne hvad angår børns risiko for tilskadekomst på cykel. Et egentligt test for denne hypotese kan vi dog ikke foretage på basis af estimerne og deres standardafvigelser.

Forskellen mellem de to køn er derimod signifikant ($P=0.001025$). Det er tydeligvis drengene der er mest udsatte. Vi kan udtrykke forskellen ved at angive estimatet for forholdet mellem det forventede antal ulykker pr. barn for henholdsvis drenge og piger. Dette forhold er (uafhængigt af region)

$$\frac{\hat{\lambda}_{r1}/m_{r1}}{\hat{\lambda}_{r2}/m_{r2}} = \exp(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2) = \exp(0.382) = 1.465$$

svarende til at der er omtrent halvanden gang så stor risiko for drenge som for piger.