Reeksamen juli 2006, Opgave 1

(a)

$$P(R=1) = 0.40 + 0.00 = 0.40\,.$$

$$P(R=1|S=1) = \frac{P(R=1 \text{ og } S=1)}{P(S=1)} = \frac{0.40}{0.40+0.35} = 0.5333\,.$$

R og S er *ikke* uafhængige, da de to udregnede sandsynligheder i så fald netop skulle være ens.

(b)

R's fordeling er givet ved

P(R=1) = 0.40+0.00 = 0.40
P(R=2) = 0.35+0.25 = 0.60

Hermed har vi også opskrevet sandsynlighedsfunktionen for R. Middelværdien af R bliver

$$\mathrm{E}(R) = 0.40 \times 1 + 0.60 \times 2 = 1.6\,.$$

For at udregne variansen beregnes først

$$\mathrm{E}(R^2) = 0.40 \times 1^2 + 0.60 \times 2^2 = 2.8\,,$$

og vi får så

$$\mathrm{var}(R) = \mathrm{E}(R^2) - \mathrm{E}(R)^2 = 2.8 - 1.6^2 = 0.24\,.$$

Alternativt kan man her udnytte at $R = 1 + R'$, hvor R' er en 0–1–variabel med $p = P(R' = 1) = 0.6$. Middelværdi og varians for en 0–1–variabel (også kaldet en Bernoulli variabel) er udregnet i noterne.

(c)

$R+S$ kan opfattes som en stokastisk variabel med værdier i $\{2,3,4\}$. Sandsynlighedsfunktionen er givet ved

$P(R+S=2) = P(R=S=1) = 0.40$
$P(R+S=3) = P((R,S) \in \{(1,2),(2,1)\}) = 0.35 + 0.00 = 0.35$
$P(R+S=4) = P(R=S=2) = 0.25.$

For $R+S=3$ kan R kun antage værdien 2, idet $(R,S)=(1,2)$ indtræffer med sandsynlighed 0. Så den betingede fordeling af R, givet $R+S=3$, er den udartede fordeling i punktet 2.