Eksamen maj 2009, Opgave 4

(a)

Udregninger:

$\mathrm{SSD}_x = 652817 - 2185^2/20 = 414105.75$.

$\mathrm{SSD}_y = 648671 - 2267^2/20 = 391706.55$.

$\mathrm{SPD} = 648920 - 2185 \times 2267/20 = 401250.25$.

$\mathrm{SSD}_{\mathrm{res}} = 391706.55 - 401250.25^2/414105.75 = 2912.71$.

$\hat{\sigma}^2 = 2912.71/18 = \mathbf{161.82}$.

$\hat{\beta} = 401250.25/414105.75 = \mathbf{0.9690}$.

$\hat{\alpha} = (2267 - 2185 \times 0.9690)/20 = \mathbf{7.492}$.

95% sikkerhedsgrænser for hældningen β:

Standardafvigelsen for $\hat{\beta}$ estimeres til $\sqrt{161.82/414105.75} = 0.01977$.

Da 97.5%–fraktilen i T–fordelingen med 18 frihedsgrader er 2.101 fås

$\beta = 0.9690 \pm 2.101 \times 0.01977 = 0.9690 \pm 0.0415$

svarende til 95% sikkerhedsintervallet [**0.9275,1.0105**].

95% sikkerhedsgrænser for afskæringen α:

Standardafvigelsen for $\hat{\alpha}$ estimeres til $\sqrt{\left(\frac{1}{20} + \frac{(2185/20)^2}{414105.75}\right) \times 161.82)} =$ 3.571.

Herefter fås

$\alpha = 7.492 \pm 2.101 \times 3.571 = 7.492 \pm 7.503$

svarende til 95% sikkerhedsintervallet [**-0.011,14.995**].

(b)

Uden at foretage et egentligt test kan vi bemærke, at 0 ligger i 95% sikkerhedsintervallet for α, ligesom 1 (men nød og næppe) ligger i 95% sikkerhedsintervallet for β. Dette tyder naturligvis på, at hypotesen $\alpha = 0$ og $\beta = 1$ kan godkendes. Fortolkningen af denne hypotese er at de forudsagte salgstal "rammer i plet", sådan forstået at y_i netop har middelværdi x_i, eller at forudsigelsesfejlene $y_i - x_i$ har middelværdi 0.

(c)

T–test versionen af det sædvanlige kvotienttest for hypotesen $\gamma = 0$ giver som bekendt

$$t = \frac{0.0002632}{0.00009498} = 2.771\,.$$

Denne størrelse skal vurderes i en T–fordeling med 17 frihedsgrader, hvor 99%–fraktilen er 2.567. Testets P–værdi (når det foretages tosidet er således mindre end 2% (1.3% ved eksakt beregning). Det tyder på, at der faktisk er en afvigelse fra linearitet.