

Ifølge sætning 5.5.1 er

$$EY = \int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 = e - 1,$$

$$E(Y^2) = \int_0^1 (e^x)^2 dx = \int_0^1 e^{2x} dx = \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^1 = \frac{1}{2}(e^2 - 1).$$

Variansen bliver så

$$\begin{aligned} \text{var}(Y) &= E(Y^2) - (EY)^2 = \frac{1}{2}(e^2 - 1) - (e - 1)^2 = \frac{1}{2}(e - 1)(e + 1) - (e - 1)^2 \\ &= (e - 1) \left(\frac{1}{2}(e + 1) - (e - 1) \right) = \frac{1}{2}(e - 1)(3 - e). \end{aligned}$$

Hvis man vælger at udlede fordelingen af Y først kommer beregningerne til at se sådan ud:

Transformationen $x \rightarrow y = e^x$ afbilder enhedsintervallet voksende på intervallet $[1, e]$. Da den omvendte transformation $x = \log y$ har differentialkvotient $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{y}$ bliver tætheden for Y på dette interval

$$q(y) = \frac{1}{y}.$$

Så er

$$\begin{aligned} EY &= \int_1^e \frac{1}{y} y dy = \int_1^e 1 dy = e - 1, \\ E(Y^2) &= \int_1^e \frac{1}{y} y^2 dy = \int_1^e y dy = \frac{e^2}{2} - \frac{1^2}{2} = \frac{1}{2}(e^2 - 1). \end{aligned}$$