

Tue Tjur

Forelæsningsnoter i

Sandsynlighedsregning

til brug ved undervisningen på MØK-studiets 2. år

5. udgave, juni 2002

Statistikgruppen
Handelshøjskolen i København

Denne tredje — og i en årrække forhåbentlig sidste — udgave af forelæsningsnoterne i sandsynlighedsregning til Statistik 0 adskiller sig fra anden udgave ved, at en række fejl er rettet. Desuden er nogle appendices tilføjet (statistiske tabeller, facitliste m.v.). Endelig har jeg indført følgende: Visse opgaver er markeret med en stjerne. Det betyder, at de pågældende opgaver indeholder resultater eller definitioner af generel interesse, der lige så godt kunne have stået i selve teksten. Disse opgaver er altså særligt vigtige, og der vil undertiden blive henvist til dem senere.

København, april 1992
Tue Tjur

4. udgave adskiller sig kun fra 3. ved at nogle trykfejl er rettede.

København, maj 1995
Tue Tjur

Nærværende oplag af mine forelæsningsnoter i sandsynlighedsregning er et uændret optryk af ovennævnte 4. udgave af forelæsningsnoterne i Statistik 0, som benyttes ved undervisningen af statistikere, aktuarer og mat-øk'er på Københavns Universitet. De vil forsøgsvis blive anvendt ved det indledende kursus i statistik og sandsynlighedsregning på Handelshøjskolens MØK-linie. De dækker omtrent det samme pensum som den lærebog, der hidtil har været anvendt, og kravet til matematiske forudsætninger er de samme.

Den tidligere anvendte lærebog, Introduction to Probability af Hoel, Port og Stone, kan stadig med fordel anvendes som supplerende læsning, specielt hvis man også vil lære den engelske fagterminologi.

København, juni 1997
Tue Tjur

Nærværende femte udgave af mine forelæsningsnoter i sandsynlighedsregning er et næsten uændret optryk af ovennævnte 4. udgave. Ændringerne vedrører hovedsageligt lay-out, idet noterne nu er skrevet så de kan lægges ud på nettet i pdf- og ps format.

København, juni 2002
Tue Tjur

INDHOLD

Kapitel 1

SANDSYNLIGHEDSFORDELINGER OG STOKASTISKE VARIABLE

- §1 Sandsynlighed 1
- §2 Udfaldsrum og sandsynlighedsfunktion 3
- §3 Sandsynlighedsfordelinger 5
- §4 Stokastiske variable 8

Kapitel 2

BETINGEDE FORDELINGER OG UAFHÆNGIGHED

- §1 Betinget sandsynlighed 13
- §2 Betinget fordeling 14
- §3 Nogle regneregler for betingede sandsynligheder 16
- §4 Stokastisk uafhængighed 19

Kapitel 3

FORDELINGER AF ANTAL

- §1 Lidt om kombinatorik 25
- §2 Binomialfordelingen 27
- §3 Den hypergeometriske fordeling 31
- §4 Polynomialfordelingen 34
- §5 Diskrete fordelinger 36
- §6 Poissonfordelingen 42
- §7 Den negative binomialfordeling 50

Kapitel 4

MIDDELVÆRDI OG VARIANS

- §1 Reelle stokastiske variable 53
- §2 Middelværdi 54
- §3 Varians og standardafvigelse 62
- §4 Kovarians og korrelation 65
- §5 De store tals lov 70

Kapitel 5

FORDELINGER PÅ DEN REELLE AKSE

- §1 Kontinuerte fordelinger 73
- §2 Tæthed 75
- §3 Sandsynlighedsfordeling og fordelingsfunktion 79
- §4 Transformation af kontinuerte fordelinger 83
- §5 Middelværdi og varians 90
- §6 Den normale fordeling 94

Kapitel 6

FORDELINGER PÅ REELLE TALRUM

§1 Tætheder og fordelinger 101

§2 Transformation 107

§3 Foldning 119

Kapitel 7

DEN NORMALE FORDELINGS TEORI

§1 Gamma-fordelingen og beta-fordelingen 123

§2 Den flerdimensionale normale fordeling 129

Facitliste 139

Tabeller 150

Det græske alfabet 158

Relationer mellem fordelinger (diagram) 159

Index 160